

INTRODUCTION AUX EQUATIONS HYPERBOLIQUES ET PARABOLIQUES: MODÉLISATION ET CALCUL

YVES D'ANGELO

Le cours se concentre sur l'aspect **pratique** de la résolution par différences finies d'EDP simples (hyperboliques et paraboliques) en une dimension d'espace. Une partie significative de l'évaluation portera sur un mini-projet, basé sur l'analyse et la modélisation numérique tiré d'un article scientifique simple. Nous introduirons et insisterons sur les notions de diffusion numérique (éventuellement négative), de dispersion numérique, d'équations équivalentes, de stabilité, consistence, convergence.

- Equation de la chaleur: schéma centré en espace, centré en temps, décentré amont aval en temps.
- Equation de transport (advection) linéaire : schéma explicite en temps, schéma centré en espace, décentré amont aval en espace, schéma de Lax-Wendroff.
- Introduction des notions de diffusion numérique, dispersion numérique, équations équivalentes.
- analyse de stabilité des schémas, consistence, stabilité, convergence.
- Burgers: inviscide et viscide; solution exacte par transformation de Hopf-Cole.
- Passage vers Fisher-KPP (réaction-diffusion), solution en onde progressive, méthode implicite-explicite.

Pré-requis: notions de bases en algèbre linéaire et en équations différentielles; bases de la programmation (scilab ou matlab de préférence).

Introduction to elementary hyperbolic and parabolic PDEs: modelling & practical computations

Yves D'Angelo

The course shall focus on the **practical** aspects of the resolution by finite differences of simple model PDEs (both hyperbolic and parabolic) in one spatial dimension. A significant part of the evaluation will rely on performing a mini-project, based on the analysis and numerical modeling of a simple model taken from a scientific article. We shall introduce the notions of numerical diffusion, (possibly negative), numerical dispersion, equivalent equations, stability, consistency, convergence.

- FD schemes for heat equation: centered in space, centered in time, explicit/implicit in time.
- FD schemes for Linear advection equation: explicit in time, centered in space, upwind/downwind, Lax-Wendroff.
- Introduction of the notions of numerical diffusion and dispersion, equivalent equations.
- stability analysis of schemes, consistency, stability, convergence.
- Burgers: inviscid and viscous; exact solution by Hopf-Cole transformation.
- Fisher-KPP (reaction-diffusion equation), progressive wave solution, implicit-explicit method.

Pre-requisite: basic notions in linear algebra and differential equations; basics of programming (scilab or matlab preferably).